令和５年度　一般選抜個別学力検査【後期日程】「理科（物理）」出題意図・解答例（略解）

I　出題意図：力学的エネルギーの保存や，２つの小球の衝突における運動量の保存等，物体の運動に関する基本的な事柄を正しく理解しているかを問うた。また，振り子の運動に関して基本的な事柄を理解しているかを問うた。

問１

（１）小球１の力学的エネルギー保存則より水平面上の重力による位置エネルギーを 0 とすれば，$m_1gh = \frac{1}{2}m_1v_1^2$ が成り立つ。したがって，$\underline{v_1 = \sqrt{2gh}}$ である。

（２）はじめ小球２は静止しているので運動量保存則を表す式は，$\underline{m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'}$ となる。

（３）小球１と２の間の反発係数が e であり，はじめ小球２は静止しているので，$e = -\dfrac{v_1' - v_2'}{v_1}$ が成り立つ。一方，運動量保存則を表す式は $m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'$ である。これら２つの式より，以下を得る。

$$\underline{v_2' = \frac{m_1(1+e)v_1}{m_1+m_2}}$$

（４）（３）の結果を用いると，$v_1' = v_2' - ev_1 = \dfrac{m_1 - em_2}{m_1+m_2}v_1$ となる。したがって，$v_1' > 0$ となる条件は，$\underline{m_1 > em_2}$ である。

問２

（１）小球１は単振り子の半周期毎に O に戻ってくる。したがって，求める時刻は振り子の半周期 $\underline{T_1 = \pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}}$ となる。

（２）原点 O から壁までを往復する距離は $2d$，小球２の速さは v_2' と等しくなるから，求める時刻は $\underline{T_2 = \dfrac{2d}{v_2'}}$ となる。

（３）小球１が原点 O に n 回目に到達する時刻は $nT_1 = n\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ である。また，小球２が原点 O に戻ってくる時刻は $T_2 = \dfrac{2d}{v_2'} = \dfrac{2d(m_1+m_2)}{m_1(1+e)v_1}$ である。２つの小球が原点 O で衝突するための条件は $nT_1 = T_2$ である。これより v_1 は，$v_1 = \dfrac{2d(m_1+m_2)}{m_1(1+e)}\dfrac{1}{n\pi}\sqrt{\dfrac{g}{L}}$ となる。ここで，$v_1 = \sqrt{2gh}$ を用いると，

$$\underline{h = \frac{2d^2(m_1+m_2)^2}{m_1^2(1+e)^2}\frac{1}{(n\pi)^2L}}$$

となる。

II 出題意図：静電容量と電圧，電気量，静電エネルギーの関係を理解してコンデンサーが複数直列になっている回路を考察できるかをみるとともに，ダイオードについての知識をもとに回路における電荷の移動を考察できるかを問うた。

問 1

（1）$\underline{C = \varepsilon_0 \dfrac{2L^2}{d},\quad C' = \varepsilon \dfrac{L^2}{W}}$

（2）求める電気量を Q_0 として，$\mathrm{P_1F_1}$ 間の電圧を V, $\mathrm{F_1F_2}$ 間の電圧を V' とすると, $E = 2V + V'$, $Q_0 = CV = C'V'$ が成り立つ。V, V' を消去すると, $E = \left(\dfrac{1}{C'} + \dfrac{2}{C}\right) Q_0$ となるので, $\underline{Q_0 = \dfrac{CC'}{2C' + C}E}$ である。

（3）$V' = \dfrac{Q_0}{C'}$ から Q_0 を消去すると，$\underline{V' = \dfrac{C}{2C' + C}E}$ を得る。

問 2

（1）ダイオードに電流が流れなくなると $\mathrm{F_1F_2}$ 間の電位差は $V' = 0$ になっている。このとき P_2 に蓄えられていた電気量を Q_1 とすると，$E = 2V$, $Q_1 = CV$ が成り立つ。V を消去すると，$\underline{Q_1 = \dfrac{C}{2}E}$ を得る。

（2）静電エネルギーの和を U_1 とすると $U_1 = \dfrac{1}{2}C'V'^2 + 2\dfrac{1}{2}CV^2$ である。$V' = 0$，$V = \dfrac{E}{2}$ を代入すると，$\underline{U_1 = \dfrac{1}{4}CE^2}$ を得る。

問 3

（1）スイッチを切り替えた直後の極板 $\mathrm{P_2}$ の電気量は問 2（1）で求めた $Q_1 = \dfrac{C}{2}E$ であり，電位差 V は $V = \dfrac{E}{2}$ である。$E' = V' + 2V$ から，$V' = E' - E$ である。$V' > 0$ になると電流が流れるので，求める条件は $\underline{E' > E}$ となる。

（2）**ホール**が **p 型**半導体側の電極に，**電子**が **n 型**半導体側の電極に集まり，接合部に空乏層が生じて互いに結合できない状態になっている。

（3）再び電流が流れなくなったとき，問 2（1）と同様に求めると極板 $\mathrm{P_2}$ に蓄えられた電気量は $Q_2 = \dfrac{C}{2}E'$ であり，静電エネルギーの和は $U_2 = \dfrac{1}{4}CE'^2$ である。電源がした仕事を W とすると $W = (Q_2 - Q_1)E'$ である。Q_1，Q_2 を代入すると，起電力が E' の直流電源がした仕事は $\underline{\dfrac{C}{2}(E' - E)E'}$ である。
ダイオードで消費されたエネルギーを W_D とすると，$W + U_1 = U_2 + W_\mathrm{D}$ が成り立つので，$W_\mathrm{D} = W - (U_2 - U_1) = \dfrac{C}{4}\{2(E' - E)E' - (E'^2 - E^2)\}$ である。式を整理すると，ダイオードで消費されたエネルギーは $\underline{\dfrac{C}{4}(E' - E)^2}$ である。

III 出題意図：電子の波動性に関する基本的な理解を問うとともに，電子波が干渉して強めあう条件について，波の屈折などの物理法則に基づいて考察し，思考する力を問うた。

問 1

1. $\dfrac{h}{p}$

2. $2d\sin\theta$

3. $\sqrt{2meV}$

4. $\dfrac{n^2h^2}{8\,m\,e\,d^2\sin^2\theta}$

問 2

（1）$\underline{\mu = \dfrac{\lambda}{\lambda'}}$

（2）$\underline{\mu = \dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta'\right)} = \dfrac{\cos\theta}{\cos\theta'}}$

（3）電子の波長と運動量の関係，電子を加速する電圧と運動量の関係より，

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}, \quad \lambda' = \frac{h}{p'} = \frac{h}{\sqrt{2me(V+V_0)}}$$

を得る。これら 2 式より，

$$\underline{\lambda' = \sqrt{\frac{V}{V+V_0}}\,\lambda}$$

となる。

（4）問 2（2）の屈折率の式より，$\cos\theta' = \dfrac{\cos\theta}{\mu}$ だから，$\sin\theta' = \sqrt{1-\cos^2\theta'} = \dfrac{1}{\mu}\sqrt{\mu^2-\cos^2\theta}$ である。この式を電子波が干渉して強めあうための関係式 $n'\lambda' = 2d\sin\theta'$ に代入し，問 2（1）と（3）の結果を用いれば，

$$\begin{aligned} n'\lambda' &= 2d\times\frac{1}{\mu}\sqrt{\mu^2-\cos^2\theta} = 2d\frac{1}{\mu}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2-\cos^2\theta} = 2d\frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{V+V_0}{V}-\cos^2\theta} \\ &= 2d\frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{V_0}{V}+\sin^2\theta} \end{aligned}$$

となる。問 2（1）を用いて λ' を消去し，$\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2meV}}$ を代入して計算すると，

$$\underline{V = \frac{1}{\sin^2\theta}\left(\frac{n'^2h^2}{8med^2}-V_0\right)}$$

を得る。